Exercice N°4 : Soit f la fonction définie sur $[1,+\infty[$ par : $f(x)=x\sqrt{\ln x}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1. Montrer que f est continue sur $[1,+\infty[$.

2.a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter géométriquement le résultat trouvé.
b) Dresser le tableau de variation de f.

3.a) Soit Δ la droite d'équation y = x. Déterminer $(C)\cap\Delta$. b) Tracer (C) et Δ.

4.a)Montrer que f admet une fonction réciproque g définie sur $[0,+\infty[$.

b) Tracer la courbe (C') de g dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

5.On considère la suite (u) définie par : $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=g(u_n) \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N} \end{cases}$

a) Montrer par récurrence que pour tout $x\in\mathbb{N}^*$ on a : $0\le u_n\le e$.

b) Montrer que la suite (u) est décroissante. c) En déduire (u) est convergente et trouver sa limite.

Exercice N°5 : Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

A- 1) a- Dresser le tableau de variation de f.

b- Montrer que pour tout entier n ≥ 3, l'équation : $f(x)=\dfrac{1}{n}$ admet dans l'intervalle [1,e] une seule solution a_n.

c- Prouver que $a_{n+1}<a_n$, en déduire que la suite (a_n) converge.

2) a- Montrer que pour tout x ≥ 0, on a : $x-\dfrac{1}{2}x^2\le\ln(1+x)$.

b- En déduire que pour tout $x\in\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$ on a : $\dfrac{1}{2}x\le\dfrac{\ln(1+x)}{1+x}$. c- Montrer alors que pour tout n ≥ 4 on a : $a_n\le 1+\dfrac{2}{n}$

3) Déterminer la limite de la suite (a_n).

B- Soit g la fonction définie par : $g(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln x}{x-\ln x} & si\ x\neq 0 \\ g(0)=-1\end{cases}$

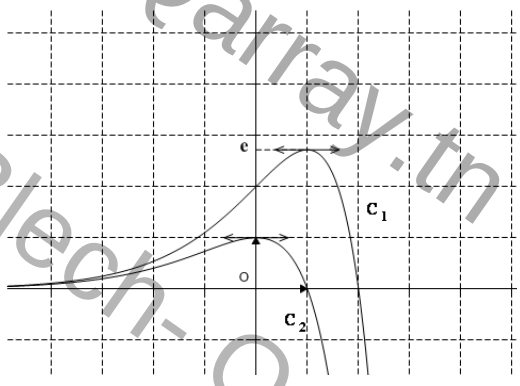
1) Montrer en utilisant les variations de f que le domaine de définition de g est $[0,+\infty[$.
2) Etudier la continuité et la dérivabilité de g en 0 .
3) Dresser le tableau de variation de g. 4) Construire la courbe g

Exercice N°6 :

On a représenté ci-contre deux courbes représentatives (C_1) et (C_2) d'une fonction f et de sa primitive F définies sur IR.

1. Justifier que (C_2) est celle de la fonction f.
2. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur [0 ;1]
.Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C_2), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 2.
3. Soit G la fonction définie par : $G(x)=\int_0^x f(t)dt$

a. Etudier le sens de variation de G.



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...